MOVIMIENTOS

4.º ESO

Rodrigo Alcaraz de la Osa

MRU

Características

Las **características** del **movimiento rectilíneo uniforme** (MRU) son:

- Trayectoria rectilínea.
- Velocidad v constante (aceleración $a = 0$).

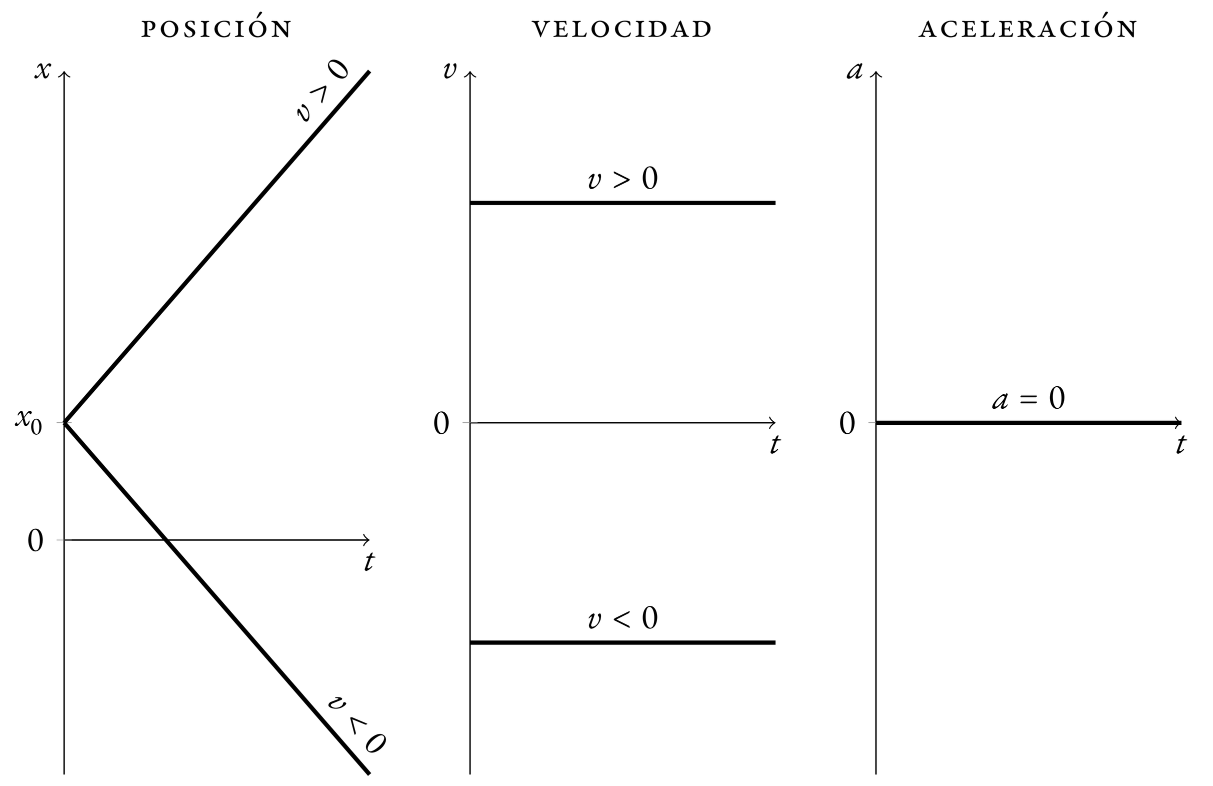
Ecuación principal

La **ecuación principal** (también llamada **ecuación del movimiento** o **ecuación de la posición**) del MRU es:

$$x(t) = x_0 + v(t - t_0),$$

donde x es la posición final, x_0 la posición inicial, v la velocidad, t el tiempo final y t_0 el tiempo inicial.

Gráficas



MRUA

Características

Las **características** del **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado** (MRUA) son:

- Trayectoria rectilínea.
- Aceleración a constante (velocidad v variable).

Ecuaciones principales

La **ecuaciones principales** del MRUA son:

$$\textbf{Posición: } x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \quad (1)$$

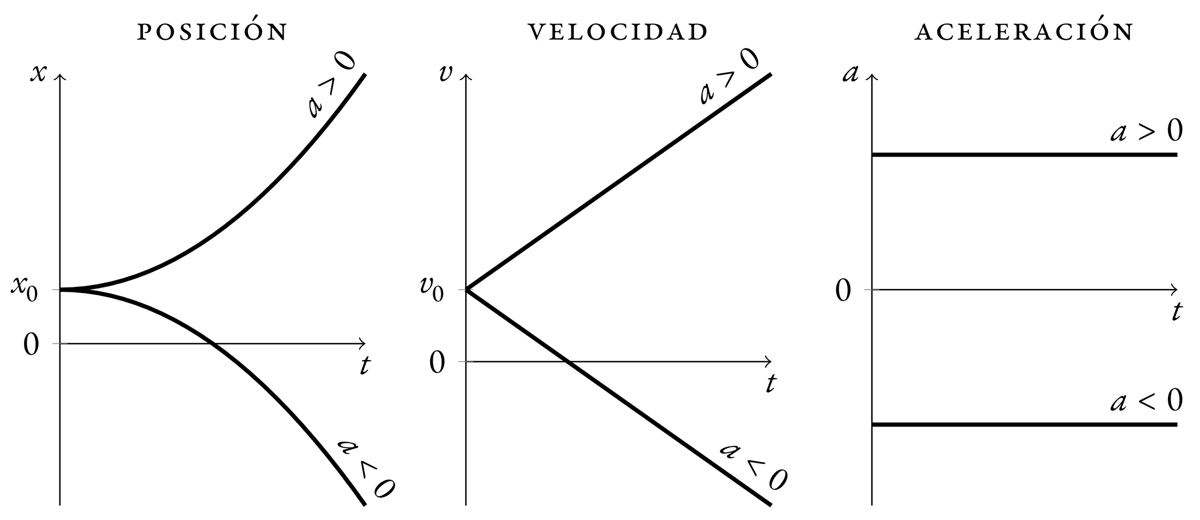
$$\textbf{Velocidad: } v(t) = v_0 + a(t - t_0) \quad (2)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \quad (3)$$

donde x es la posición final, x_0 la posición inicial, v_0 la velocidad inicial, v la velocidad final, a la aceleración, t el tiempo final, t_0 el tiempo inicial y $\Delta x = x - x_0$ es la distancia o espacio recorrido.

MRUA (cont.)

Gráficas



Caída libre/lanzamiento vertical

La **caída libre** o **lanzamiento vertical** es un caso especial de MRUA en el que la aceleración es igual a la aceleración de la **gravedad**. En el caso de la Tierra, $a = -g = -9.8\ \mathrm{m/s^2}$ (el signo $-$ indica que la aceleración de la gravedad apunta, siempre, hacia abajo).

Encuentros

Se trata de situaciones en las que dos cuerpos comienzan en posiciones distintas y acaban encontrándose al cabo de un cierto tiempo.

Seguimos estos **tres pasos**:

1. **Escribir** las **ecuaciones de la posición** de cada cuerpo.
2. **Imponer** la condición de **encuentro**, es decir, que ambas posiciones coinciden cuando se encuentran.
3. **Despejar** la magnitud que me pidan.

Ejemplo

Un coche se desplaza por una carretera que es paralela a la vía de un tren. El coche se detiene ante un semáforo que está con luz roja en el mismo instante que pasa un tren con una rapidez constante de $12\ \mathrm{m/s}$. El coche permanece detenido durante $6\ \mathrm{s}$ y luego arranca con una aceleración constante de $2\ \mathrm{m/s^2}$. Determinar:

a) El tiempo que emplea el coche en alcanzar al tren, medido desde el instante en que se detuvo ante el semáforo.
b) La distancia que recorrió el coche desde el semáforo hasta que alcanzó al tren.
c) La rapidez del coche en el instante que alcanza al tren.

Solución

a) Lo primero que hacemos es escribir las **ecuaciones del movimiento** de cada móvil:

$$\textbf{(MRUA): } x_c = x_{0_c} + v_{0_c}(t - t_{0_c}) + \frac{1}{2}a_c(t - t_{0_c})^2$$

$$\textbf{(MRU): } x_t = x_{0_t} + v_t(t - t_{0_t})$$

Ejemplo (cont.)

a) **Particularizamos** para nuestro caso:

$$x_{0_c} = x_{0_t} = 0$$
$$v_{0_c} = 0; \quad v_t = 12\ \mathrm{m/s}$$
$$a_c = 2\ \mathrm{m/s^2}$$
$$t_{0_c} = 6\ \mathrm{s}; \quad t_{0_t} = 0$$

$$\textbf{(MRUA): } x_c = 0 + 0 \cdot (t - 6) + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (t - 6)^2 = (t - 6)^2 = t^2 - 12t + 36$$

$$\textbf{(MRU): } x_t = 0 + 12 \cdot (t - 0) = 12t$$

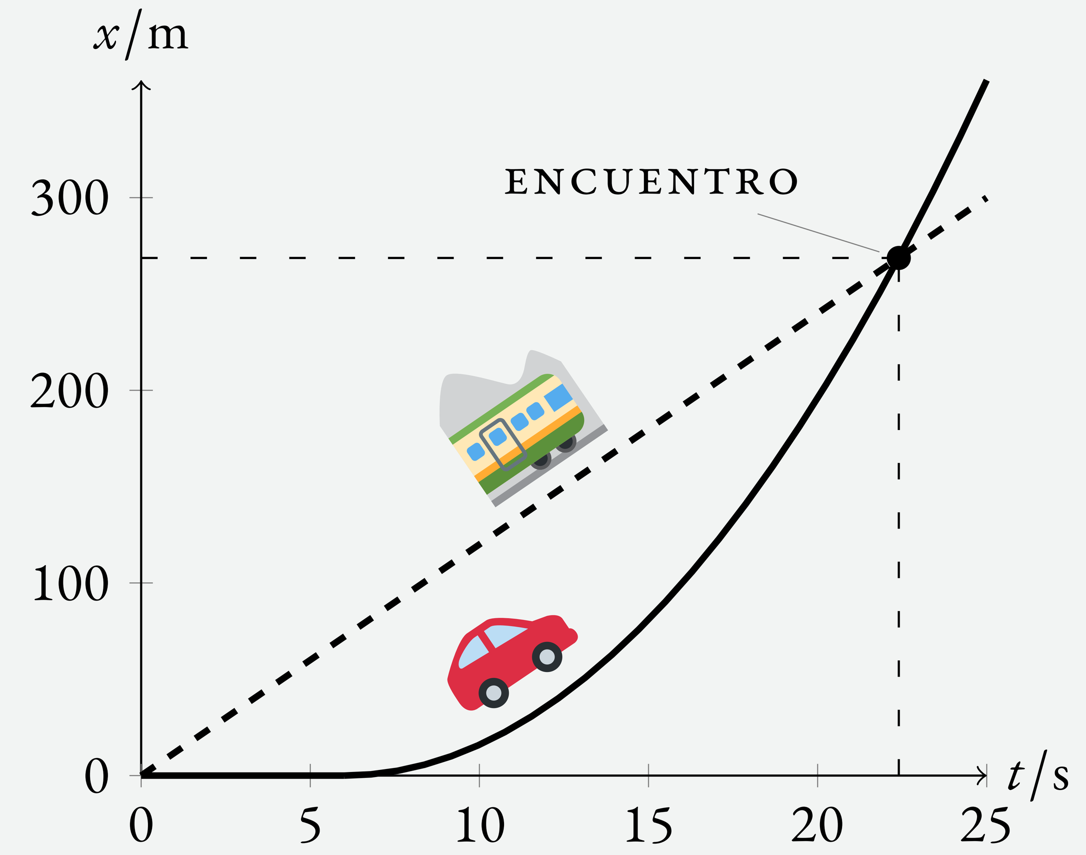
A continuación **imponemos la condición de encuentro**:

$$x_c = x_t$$
$$t^2 - 12t + 36 = 12t$$
$$t^2 - 24t + 36 = 0$$

Despejamos el **tiempo de encuentro** t^*:

$$t^* = \frac{24 \pm \sqrt{24^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2} = \frac{24 \pm \sqrt{432}}{2} = \begin{cases} 22.4\ \mathrm{s} \\ \cancel{1.6\ \mathrm{s}} \end{cases}$$

donde descartamos la solución $t = 1.6\ \mathrm{s}$ por ser menor que los $6\ \mathrm{s}$ que está parado el coche en el semáforo. Podemos comprobar esto representando la gráfica de posición frente a tiempo ($x - t$) para cada móvil:



donde se ve claramente cómo el coche está parado los primeros $6\ \mathrm{s}$ para después arrancar acelerando (parábola) y alcanzando al tren a los $22.4\ \mathrm{s}$.

b) Para calcular la **distancia recorrida** por el coche solo tenemos que sustituir el tiempo de encuentro, $t^* = 22.4\ \mathrm{s}$, en su ecuación de posición, ya que comienza en $x_0 = 0$:

$$x_c(t^*) = t^{*2} - 12t^* + 36 = 22.4^2 - 12 \cdot 22.4 + 36 = 268.7\ \mathrm{m}$$

c) La **rapidez** del coche cuando alcanza al tren la podemos calcular utilizando la **ecuación de la velocidad** del coche, sustituyendo $t = t^*$:

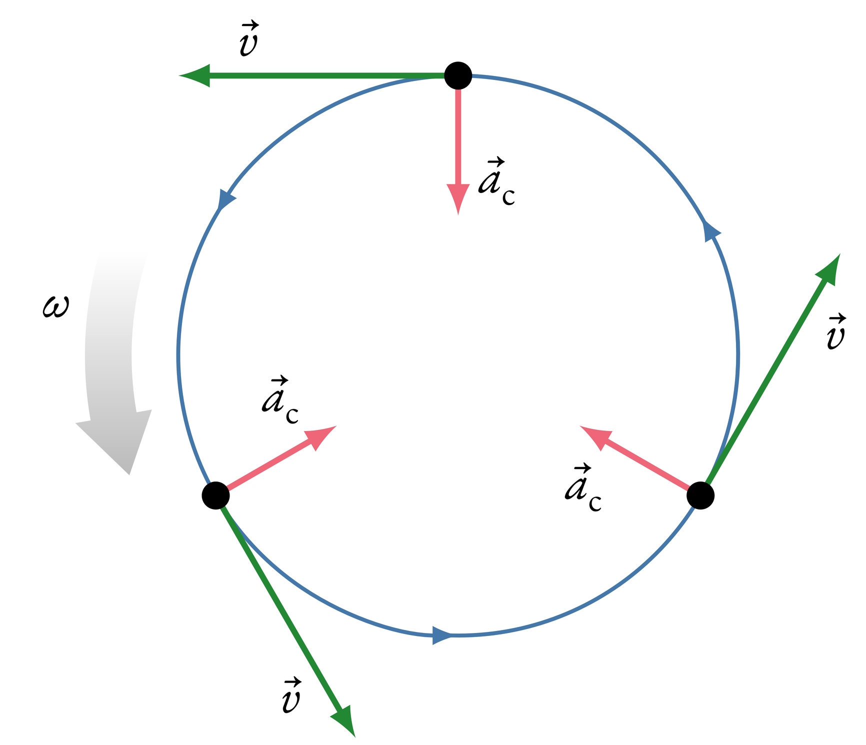
$$v_c(t^*) = v_{0_c} + a_c(t^* - t_0) = 0 + 2 \cdot (22.4 - 6) = 32.8\ \mathrm{m/s}$$

MCU

Características

Las **características** del **movimiento circular uniforme** (MCU) son:

- Trayectoria circular.
- Módulo de la velocidad constante (aceleración tangencial $a_t = 0$).



Ecuación principal

La **ecuación principal** del MCU es:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega(t - t_0),$$

donde φ es la posición angular final, φ_0 la posición angular inicial, ω la velocidad angular, t el tiempo final y t_0 el tiempo inicial.

Periodo T El tiempo que tarda el móvil en completar una vuelta completa se llama **periodo**, T.

Frecuencia f El número de vueltas que da el móvil por unidad de tiempo es la **frecuencia**, f, y está relacionada con el periodo:

$$f = \frac{1}{T}\left[\frac{1}{\mathrm{s}} = \mathrm{s^{-1}} = \mathrm{Hz}\right]$$

La frecuencia o velocidad angular, ω, está relacionada con el periodo y la frecuencia a través de las expresiones:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Las magnitudes lineales y angulares se relacionan a través del radio R:

$$e = \varphi R$$
$$v = \omega R$$

Aceleración centrípeta a_c

También llamada **aceleración normal**, es una aceleración que surge del cambio de dirección de la velocidad. Su módulo es igual a:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

y siempre se dirige hacia el centro de la circunferencia.