



# MOVIMIENTO CIRCULAR

1.º Bach

Rodrigo Alcaraz de la Osa

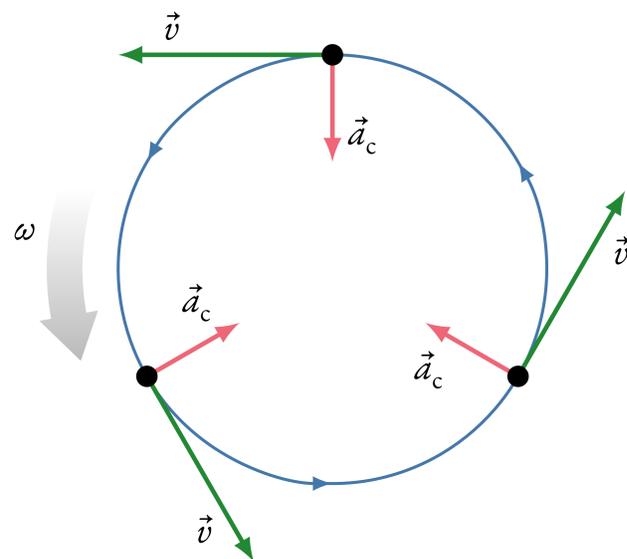


## Movimiento circular uniforme (MCU)

### Características

Las CARACTERÍSTICAS del MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU) son:

- Trayectoria circular.
- Módulo de la velocidad constante (aceleración tangencial  $a_t = 0$ ).



### Ecuación principal

La ECUACIÓN PRINCIPAL del MCU es:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega(t - t_0),$$

donde  $\varphi$  es la posición angular final,  $\varphi_0$  la posición angular inicial,  $\omega$  la velocidad angular,  $t$  el tiempo final y  $t_0$  el tiempo inicial.

**Periodo T** El tiempo que tarda el móvil en completar una vuelta completa.

**Frecuencia f** El número de vueltas que da el móvil por unidad de tiempo:

$$f = \frac{1}{T} \left[ \frac{1}{s} = s^{-1} = \text{Hz} \right]$$

La frecuencia o velocidad angular,  $\omega$ , está relacionada con el periodo y la frecuencia:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

Las magnitudes lineales y angulares se relacionan a través del radio,  $R$ :

$$e = \varphi R$$
$$v = \omega R = \frac{2\pi R}{T}$$

### Aceleración centrípeta $a_c$

También llamada ACCELERACIÓN NORMAL, es una aceleración que surge del cambio de dirección de la velocidad. Su módulo es igual a:

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

y siempre se dirige hacia el centro de la circunferencia.

## Movimiento circular uniformemente acelerado (MCUA)

### Componentes intrínsecas de la aceleración

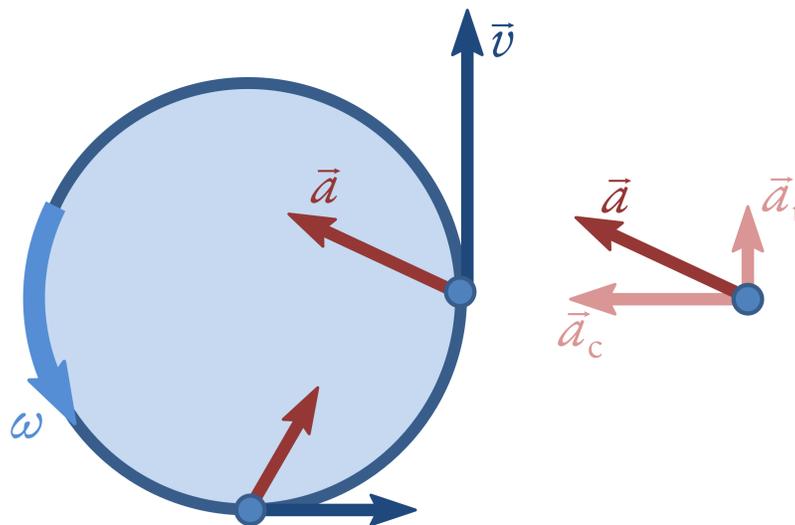
La aceleración puede descomponerse en sus COMPONENTES INTRÍNSECAS, una normal (centrípeta) y otra tangencial, debida a la variación del módulo de la velocidad:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t \rightarrow a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2},$$

con

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$
$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

donde  $v$  representa el módulo de la velocidad instantánea y  $r$  es el radio de curvatura.



COMPONENTES INTRÍNSECAS DE LA ACCELERACIÓN. La componente normal se dirige hacia el centro mientras que la componente tangencial tiene la misma dirección y sentido que la velocidad. Adaptada de [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Nonuniform\\_circular\\_motion.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Nonuniform_circular_motion.svg).

La aceleración tangencial se relaciona con la aceleración angular,  $\alpha$ , a través de la expresión:

$$a_t = \alpha R$$

### Características

Las CARACTERÍSTICAS del MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE ACCELERADO (MCUA) son:

- Trayectoria circular.
- Aceleración tangencial,  $a_t$ , constante (velocidad angular  $\omega$  variable).

### Ecuaciones principales

Las ECUACIONES PRINCIPALES del MCUA son:

$$\text{POSICIÓN ANGULAR: } \varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2 \quad (1)$$

$$\text{VELOCIDAD ANGULAR: } \omega(t) = \omega_0 + \alpha(t - t_0) \quad (2)$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha\Delta\varphi \quad (3)$$

donde  $\varphi$  es la posición angular final,  $\varphi_0$  la posición angular inicial,  $\omega_0$  la velocidad angular inicial,  $\omega$  la velocidad angular final,  $\alpha$  la aceleración angular,  $t$  el tiempo final,  $t_0$  el tiempo inicial y  $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$  es la distancia angular o espacio angular recorrido.

## Dinámica del movimiento circular

### Fuerza centrípeta

La FUERZA CENTRÍPETA (que busca el centro) es una fuerza que hace que un cuerpo siga una trayectoria curva. Su dirección es siempre perpendicular al movimiento del cuerpo y hacia el centro de curvatura de la trayectoria.

$$F_c = ma_c = \frac{mv^2}{r}$$

### Péndulo cónico

Un PÉNDULO CÓNICO está formado por una masa  $m$  suspendida de un hilo de longitud  $L$ , de tal forma que gira sin rozamiento con una velocidad  $v$  constante describiendo una trayectoria circular, formando un ángulo  $\theta$  con la vertical.

- La componente horizontal de la tensión actúa como fuerza centrípeta:

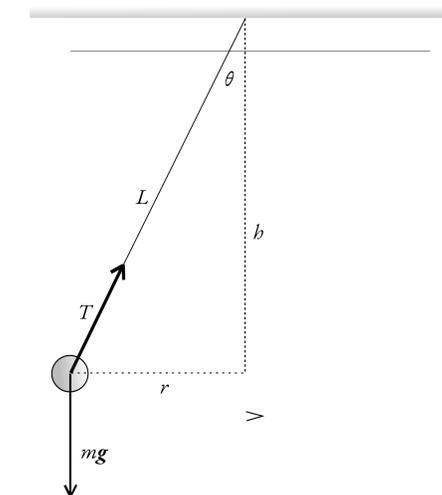
$$T \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$$

- La componente vertical de la tensión se compensa con el peso:

$$T \cos \theta = mg$$

- Resolviendo el sistema y despejando la velocidad:

$$v = \sqrt{rg \tan \theta}$$



Adaptada de [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Conical\\_pendulum.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Conical_pendulum.svg).

### Curvas

**Sin peralte** La única fuerza que mantiene al vehículo girando en su trayectoria es el ROZAMIENTO, que ha de ser suficientemente grande como para proporcionar la FUERZA CENTRÍPETA necesaria:

$$\mu mg > \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v < \sqrt{\mu rg}$$

**Con peralte (sin rozamiento)**

Los bordes inclinados añaden una fuerza adicional (la normal) que mantiene el vehículo en su trayectoria incluso en ausencia de rozamiento.

- La componente horizontal de la fuerza normal actúa como fuerza centrípeta:

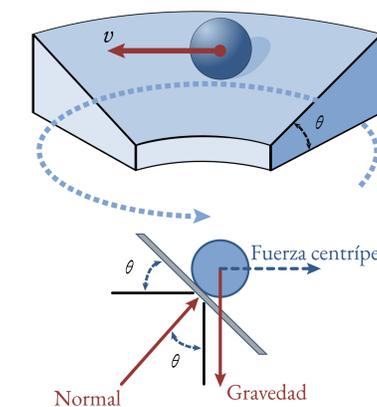
$$N \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$$

- La componente vertical de la normal se compensa con el peso:

$$N \cos \theta = mg$$

- Resolviendo el sistema y despejando la velocidad:

$$v = \sqrt{rg \tan \theta}$$



Traducida y adaptada de [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Banked\\_turn.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Banked_turn.svg).