CINEMÁTICA VECTORIAL | 1.º BACH

EJERCICIOS REPASO DE VECTORES

ALBA LÓPEZ VALENZUELA
ANTONIO GONZÁLEZ MORENO

1 Dados los vectores $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ y $\vec{v} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$ calcular:

(a) Su vector suma.
(b) Representa los tres vectores en el plano.
(c) El módulo de ambos vectores y el de su suma.

Solución: a) $\vec{u} + \vec{v} = 6\vec{i} + \vec{j}$; c) $u = \sqrt{13}$, $v = \sqrt{20}$, $|\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{37}$

2 Dados los vectores del plano $\vec{v}_1 = (3{,}4)$ y $\vec{v}_2 = (-1{,}1)$, calcula:

(a) Sus módulos.
(b) Su suma.
(c) El vector $-2\vec{v}_2$.

Solución: a) $v_1 = 5$, $v_2 = \sqrt{2}$; b) $(2{,}5)$; c) $(2, -2)$

3 ¿Qué valor se ha de dar al escalar t para que el módulo del vector $\vec{v}(t) = (t+1)\vec{i} + (2t+3)\vec{j} - t\vec{k}$ sea $\sqrt{6}$?

Solución: $t = -\frac{1}{3}$ y $t = -2$

4 Dados los vectores del espacio expresados en coordenadas cartesianas $\vec{v} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ y $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, determina:

(a) Sus módulos.
(b) Su diferencia $\vec{v} - \vec{u}$.
(c) Su diferencia $\vec{u} - \vec{v}$.
(d) ¿Cómo son entre sí los dos vectores diferencia?
(e) Represéntalos gráficamente.

Solución: a) $v = \sqrt{3}$ u, $u = \sqrt{14}$ u; b) $\vec{v} - \vec{u} = (-2{,}3, -2)$; c) $\vec{u} - \vec{v} = (2, -3{,}2)$

5 Dados los siguientes puntos en el plano XY: $A(-2, -2)$ y $B(-1{,}3)$.

(a) Halla los vectores $\overrightarrow{OA}$ y $\overrightarrow{OB}$.
(b) Halla el vector $\overrightarrow{AB}$.
(c) El ángulo que forma este vector con el eje X.

Solución: a) $\overrightarrow{OA} = (-2, -2)$, $\overrightarrow{OB} = (-1{,}3)$; $\overrightarrow{AB} = (1{,}5)$; c) 78.7°

6 El vector $\vec{v}$ del plano XY situado en el primer cuadrante tiene módulo 5 y forma un ángulo de 30° con el eje x. **Descompón** este vector en sus componentes cartesianas y expresa el vector.

Solución: $v_x = 4.33$, $v_y = 2.5$; $\vec{v} = 4.33\vec{i} + 2.5\vec{j}$

7 El vector $\vec{a}$ del plano XY situado en el tercer cuadrante tiene módulo 10 y forma un ángulo de 30° con el eje y. **Descompón** este vector en sus componentes cartesianas y expresa el vector.

Solución: $a_x = 5$, $a_y = 8.66$; $\vec{a} = -5\vec{i} - 8.66\vec{j}$

8 Hallar un **vector unitario** de igual dirección y sentido que el vector $\vec{v} = 8\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$.

Solución: $(\frac{8}{9}, -\frac{1}{9}, \frac{4}{9})$

9 Hallar un **vector unitario** de igual dirección que el vector $\vec{v} = 6\vec{i} - 6\vec{j} - 3\vec{k}$ pero de sentido contrario a este.

Solución: $(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3})$

10 Dado los vectores $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ y $\vec{c} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$.

(a) Calcular el vector $\vec{v} = 2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c}$.
(b) Halla el módulo.
(c) Los **cosenos directores** de $\vec{v}$.

Solución: a) (1, -2, 2); b) 3; c) $\cos\alpha = \frac{1}{3}$, $\cos\beta = -\frac{2}{3}$, $\cos\gamma = \frac{2}{3}$

11 Dados los vectores $\vec{u} = 4\vec{i} - 3\vec{j} - 6\vec{k}$ y $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$, calcular:

(a) Su **producto escalar**.
(b) El producto de los módulos de ambos vectores.
(c) El coseno del ángulo que forman.

Solución: a) 10; b) 23.43; c) 64.74°

12 Calcula el **producto escalar** y el ángulo que forman los vectores: $\mathbf{a} = 5\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ y $\mathbf{b} = -2\mathbf{i} + \mathbf{j} + 3\mathbf{k}$.

Solución: -7; 107.67°

13 Dados los vectores $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ y $\mathbf{b} = m\mathbf{i} + \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ hallar el valor del parámetro m para que el vector diferencia de estos dos vectores sea perpendicular al primero.

Solución: $m = 2$

14 ¿Para qué valores de t el vector $\vec{v}(t) = 3t^2\vec{i} + 2t\vec{j} - (t+5)\vec{k}$ es perpendicular al vector $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$?

Solución: $t_1 = 2$ s; $t_2 = -1.67$ s

15 Dados los vectores $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ y $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$ calcular el producto escalar $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$.

Solución: 54

16 Dada la función vectorial $\vec{v}(t) = 4\vec{i} + (3t-2)\vec{j} + (t^2-5)\vec{k}$, calcular el producto escalar de los vectores que se obtienen al hacer $t = 1$ s y $t = 3$ s.

Solución: 7

17 Calcular la **derivada** de la función vectorial $\vec{r}(t) = 3t\vec{i} + (2t^2 - 1)\vec{j} + (t^3 - 2t)\vec{k}$ para $t = 0$ y $t = -2$.

Solución: $\frac{d\vec{r}(0)}{dt} = 3\vec{i} - 2\vec{k}$; $\frac{d\vec{r}(-2)}{dt} = 3\vec{i} - 8\vec{j} + 16\vec{k}$

18 Hallar el módulo del vector derivada respecto a t del vector $\mathbf{v} = t^2\mathbf{i} - 2t\mathbf{j} + \mathbf{k}$, correspondiente a $t = 1$.

Solución: $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

19 Hallar los ángulos que forma con los ejes de coordenadas el vector derivada con respecto a t del vector $\mathbf{v} = \operatorname{sen} t\,\mathbf{i} - \cos t\,\mathbf{j} + \sqrt{2}\mathbf{k}$, correspondiente al instante $t = 0$.

Solución: $\alpha = 54.74°$; $\beta = 0°$; $\gamma = 35.26°$